316

D

316D

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمــون ورودی
دوره‌های دکتــری (نیمه متمرکز) داخل ــ ســال ۱۳۹۴

ریاضی کاربردی
(کد ۲۲۳۴)

تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی ـ آنالیز ریاضی ـ جبر خطی ـ آنالیز عددی ۱ ـ آنالیز عددی پیشرفته ـ آنالیز حقیقی ۱ـ تحقیق در عملیات پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ــ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- اگر هر دو سری $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$ همگرا باشند؛ $(x_n \neq -1)$ در مورد سری $\sum \frac{x_n}{1+x_n}$ کدام گزینه درست است؟

۱) واگرا است.

۲) همگرای مطلق است.

۳) همگرای مشروط است.

۴) به $\{x_n\}$ بستگی دارد می‌تواند همگرا و یا واگرا باشد.

۲- فرض کنید a و b اعداد مثبتی باشند. مقدار $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}\right)^n$ کدام گزینه است؟

۱) $\max\{a,b\}$

۲) ۱

۳) $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$

۴) $\sqrt{ab}$

۳- کدام گزینه پیوستگی یکنواخت تابع پیوسته $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ را ایجاب نمی‌کند؟

۱) تصویر هر دنباله‌ی کوشی تحت f، دنباله‌ای کوشی است.

۲) f مشتق پذیر است و مشتق آن کران‌دار است.

۳) تصویر وارون هر مجموعهٔ فشرده تحت f باز است.

۴) تصویر هر مجموعهٔ فشرده تحت f حداکثر شماراست.

۴- اگر $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ در نقطه $x=a$ مشتق‌پذیر باشند و $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ با ضابطه $h(x)=\max\{f(x),g(x)\}$ تعریف شده باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $f(a)=g(a)$ آن‌گاه h در a مشتق‌پذیر است.

۲) اگر h در a مشتق‌پذیر باشد آن‌گاه $f(a)\neq g(a)$.

۳) اگر $f(a)\neq g(a)$ آن‌گاه h در a مشتق‌پذیر است.

۴) اگر h در a مشتق‌پذیر باشد آن‌گاه $g'(a)=f'(a)$.

۵- فرض کنیم $f:\mathbb{R}\to[0,\infty]$ پیوسته و انتگرال ریمان ناسره $\int_0^{+\infty} f(t)dt$ همگرا باشد، مقدار $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^n xf(x)dx$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $+\infty$

۳) ۱

۴) موجود نیست.

۶- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^{n!}}{n}$ برابر کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) ۲

۷- هرگاه $f_n(x)=\frac{n\sqrt{n}x}{1+n^3x^2}$ کدام گزینه درست است؟

۱) $\{f_n\}$ بر $(0,\infty]$ همگرای یکنواخت نیست ولی برای هر $\delta>0$ در بازهٔ $[\delta,\infty]$ همگرای یکنواخت است.

۲) $\{f_n\}$ بر $[0,1]$ همگرای یکنواخت است ولی در بازهٔ $(0,\infty]$همگرای یکنواخت نیست.

۳) $\{f_n\}$ بر $(0,\infty]$ همگرای یکنواخت نیست ولی زیر دنباله‌ای دارد که بر $[0,1]$ همگرای یکنواخت است.

۴) $\{f_n\}$ بر $(0,\infty]$ همگرای یکنواخت نیست ولی بر هر زیر مجموعه فشرده از $(0,\infty]$ نقطه به نقطه کران‌دار و هم‌پیوسته است.

۸- مقدار $\lim_{n\to\infty}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(n+1)(\sin^n x-\sin^{n+2}x)dx$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$

۲) ۱

۳) وجود ندارد

۴) ۰

۹- فرض کنید A یک ماتریس ۳×۳ وارون‌پذیر با درایه‌های واقع در میدان F باشد. اگر $\det(A)=۱$ و $\mathrm{tr}(A)=\mathrm{tr}(A^{-۱})=۰$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) $A^{۵}=I$

۲) $A^{۲}=I$

۳) $A^{۳}=I$

۴) $A^{۴}=I$

۱۰- اگر A ماتریسی ۳×۳ باشد و مقادیر ویژه آن یک تصاعد حسابی با قدر نسبت مثبت تشکیل دهند به فرض اینکه $\mathrm{tr}(A)=۹$ و $\det(A)=-۲۱$ آنگاه بزرگترین مقدار ویژه عبارت است از:

۱) ۴

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

۱۱- فرض کنید A یک ماتریس ۴×۴ با درآیه‌های حقیقی باشد به‌طوری که $A^{۲}+۲A+۳I=۰$ در این صورت $\mathrm{tr}(A^{-۱})$ برابر است با:

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{-۲}{۳}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{-۴}{۳}$

۱۲- فرض کنید $A_۱,A_۲,\ldots,A_{۲۰}\in M_{۱۰}(\mathbb{R})$ ماتریس‌های ناصفر بوده و $A_۱A_۲\ldots A_{۲۰}=۰$ در این صورت حداکثر مقدار $\sum_{i=۱}^{۲۰}\mathrm{rank}(A_i)$ برابر چیست؟

۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

۳) ۱۹۰

۴) ۱۹۹

۱۳- اگر x ماتریسی $n\times 1$ روی میدان F باشد آنگاه $\det(I_n + xx^t)$ برابر است با:

۱) $1+x^tx$

۲) $1-x^tx$

۳) $(1+x^tx)^2$

۴) $(1-x^tx)^2$

۱۴- فرض کنید A ماتریسی 2×2 است به‌طوری که $tr(A)=\frac{1}{2}\det(A)$ در این صورت کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند مقدار ویژه A باشد.

۱) ۱

۲) ۲

۳) -1

۴) $\frac{1}{2}$

۱۵- خطای $2x+1$ به عنوان تقریبی برای تابع $f(x)=\ln(1+x)+e^x$ در نزدیکی صفر متناسب است با... .

۱) x

۲) x^2

۳) x^3

۴) x^4

۱۶- تعداد ریشه‌های منفی معادله $\frac{-e^{x^3}}{x}=\mathrm{Ln}\frac{1}{3}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۷- نرخ همگرایی مجانبی روش نیوتن برای پیدا کردن ریشه‌های $g(x)=x^4-2x^2=0$ در صورتی که به ریشه همگرا شود، ... است.

۱) برای همه‌ی ریشه‌ها، خطی

۲) برای همه ریشه‌ها، از مرتبه دو

۳) برای ریشه برابر با صفر، از مرتبه دو و برای ریشه‌های ناصفر، خطی

۴) برای ریشه برابر با صفر، خطی و برای ریشه‌های ناصفر، از مرتبه دو

۱۸- برای یافتن ریشه‌ی معادله‌ی $\int_{۰}^{۱} e^{xt}dt = ۲$ ، تابع تکراری روش نیوتن کدام است؟

۱) $\frac{(x-۱)e^{x}+۱}{e^{x}-۲}$

۲) $\frac{(x-۲)e^{x}-۱}{e^{x}+۲}$

۳) $\frac{(x-۲)e^{x}-۱}{e^{x}-۲}$

۴) $\frac{(x-۱)e^{x}+۱}{e^{x}+۲}$

۱۹- فرض کنید $P_۱(x)=\sin x$ و $P_۲(x)=\cos x$. درون‌یابی داده‌های $(\frac{\pi}{۲},۱)$ و $(۰,-۱)$ با $P(x)=a_۱P_۱(x)+a_۲P_۲(x)$ مدنظر است. در این صورت، ... .

۱) $a_۱=a_۲=۱$

۲) $a_۲=-۱ ، a_۱=۱$

۳) $a_۱=a_۲=-۱$

۴) $a_۱=-۱ ، a_۲=۱$

۲۰- داده‌ی $(i, i^۳-i^۲-i)$ ، $i=۰,۱,۲,۳$ ، را در نظر بگیرید. چندجمله‌ای درون‌یاب $P(x)$ به این داده‌ها برابر است با ... .

۱) $-x^۲$

۲) $-x$

۳) $x^۳$

۴) $x^۳-x^۲-x$

۲۱- مقادیر t_i و $a_i (i=۱,۲)$ چقدر باشند تا روش انتگرال گیری $\int_{۰}^{۱} f(t)dt \simeq a_۱f(t_۱)+a_۲f(t_۲)$ برای هرچند جمله‌ای از درجه حداکثر ۳ دقیق باشد؟

۱) $a_۱=a_۲=\frac{۱}{۲}$, $t_۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{\sqrt{۲}}+۱)$ ، $t_۱=\frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{\sqrt{۲}}+۱)$

۲) $a_۱=a_۲=\frac{۱}{۲}$, $t_۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{\sqrt{۳}}+۱)$ ، $t_۱=\frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{\sqrt{۳}}+۱)$

۳) $a_۱=a_۲=\frac{۱}{۲}$, $t_۲=۱$ ، $t_۱=۰$

۴) $a_۱=a_۲=۱$, $t_۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{\sqrt{۲}}+۱)$ ، $t_۱=\frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{\sqrt{۲}}+۱)$

۲۲- فرض کنید درون‌یاب گویای $r(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ برای داده‌های جدول زیر به کمک تفاضلات معکوس به دست آید. در این صورت، $p(x)$ کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۱	−۱	۲	−۲

۱) $-۱۱x^۲+۳۵x+۵۶$

۲) $-۱۱x^۲+۵۳x-۵۶$

۳) $۱۱x^۲-۳۵x+۵۶$

۴) $۱۱x^۲-۵۳x-۵۶$

۲۳- روش تکراری نقطه ثابت $x_{n+۱}=\phi(x_n)$، $n=۰,۱,۲,...$ را با تابع تکرار $\phi(x)=Ax+Bx^۲+Cx^۳$ در نظر بگیرید. برای عدد مثبت α، ثابت‌های A ، B و C را طوری تعیین می‌کنیم که مرتبه‌ی همگرایی $\{x_n\}$ به $\frac{۱}{\alpha}$ حداقل ۳ باشد. در این صورت، ثابت‌های A و B کدام هستند؟

۱) $A=۳\ ,\ B=-۳\alpha$

۲) $A=۳\alpha\ ,\ B=-۳$

۳) $A=۳\alpha\ ,\ B=۳$

۴) $A=-۳\ ,\ B=۳\alpha$

۲۴- فرض کنید $f(x)=\sin x$، و $p(x)$ و $q(x)$ دو چند جمله‌ای درجه‌ی ۲ باشند که برای $k=۰,۱,۲$ در $p(\frac{k}{۲})=q(\frac{k}{۲})=f(\frac{k}{۲})$ صدق می‌کنند. یک کران بالای مناسب و مستقل از x برای $|p(x)-q(x)|$ ، که روی بازه‌ی $[۰,۱]$ برقرار باشد، کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲۷}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳۶}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۵۴}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰۸}$

۲۵- فرض کنید درجه‌ی دقت فرمول انتگرال‌گیری زیر برابر با ۳ است. در این صورت، نقاط x_0 و x_1، جواب کدام معادله‌ی درجه دوم هستند؟ $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx \simeq A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$

۱) $x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{3}{35} = 0$

۲) $x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{3}{35} = 0$

۳) $x^2 - \frac{6}{7}x + \frac{3}{35} = 0$

۴) $x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{3}{35} = 0$

۲۶- فرض کنید فرمول انتگرال‌گیری عددی زیر برای چندجمله‌ای‌های درجه اول دقیق است:

$$\int_0^1 \sqrt{x}\, f(x)dx = \frac{4}{5}\int_0^1 f(x)dx - \frac{2}{15}f(0) + E(f)$$

اگر $f \in C^2[0,1]$، با استفاده از فرمول خطای هسته‌ی پئانو، $E(f)$ کدام است؟ (فرض کنید $\xi \in (0,1)$.)

۱) $\frac{1}{116}f''(\xi)$

۲) $\frac{1}{112}f''(\xi)$

۳) $\frac{1}{105}f''(\xi)$

۴) $\frac{1}{96}f''(\xi)$

۲۷- برای محاسبه ضرایب تابع درون‌یاب مثلثاتی به تعداد $N = 2^n$ نقطه داده شده با استفاده از تبدیلات سریع فوریه، مرتبه‌ی محاسبات اصلی مورد نیاز برابر است با ... .

۱) nN

۲) n^3

۳) N^3

۴) $n \log n$

۲۸- برای تعیین اسپلاین درون‌یاب درجه k برای یک تابع در $(n+1)$ نقطه‌ی x_0 تا x_n چند درجه آزادی وجود دارد؟

۱) ۲

۲) $k+1$

۳) k

۴) $k-1$

۲۹- کدام گزینه برای هر مجموعه اندازه‌پذیر $E \subseteq [0,1]$ درست است؟ (m اندازه لبگ است و E° و $\bar{E}$ به ترتیب درون و بستار E هستند.)

۱) اگر $m(E) > 0$ آنگاه $(\bar{E})^\circ \neq \emptyset$.

۲) اگر $m(E) = 1$ آنگاه $\bar{E} = [0,1]$.

۳) اگر $m(E) = 1$ آنگاه $E^\circ \neq \emptyset$.

۴) اگر $m(E) = 0$ آنگاه E نقطهٔ حدی ندارد.

۳۰- اگر μ اندازه مثبت روی σ ـ جبر M باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه‌پذیر باشد و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه $\mu(A) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$.

۲) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه‌پذیر دو بدو مجزا باشد و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$، آنگاه $\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$.

۳) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای تودرتو و صعودی از مجموعه‌های اندازه‌پذیر باشد و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه $\lim_{n\to\infty} \mu(A_n) = \mu(A)$.

۴) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای تودرتو و نزولی از مجموعه‌های اندازه‌پذیر باشد و $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه $\lim_{n\to\infty} \mu(A_n) = \mu(A)$.

۳۱- فرض کنیم n عددی طبیعی، $X = \{1,2,...,n\}$، μ اندازه شمارشی روی مجموعه توان $P(X)$ و اندازه ν روی $P(X)$ به صورت $(E \subseteq X)$ $\nu(E) = \begin{cases} 1 & n \in E \\ 0 & n \notin E \end{cases}$ تعریف شده باشد، اگر تابع $f : X \to \mathbb{R}$ با ضابطهٔ $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ تعریف شود، مقدار انتگرال $\int_X f d(\mu + \nu)$ کدام است؟

۱) $\frac{n^2+1}{n(n+1)}$

۲) $\frac{n}{n+1}$

۳) $\frac{1}{n(n+1)}$

۴) صفر

۳۲- **فرض کنیم (X,Σ,μ) یک فضای اندازهٔ متناهی، $\{f_n\}$ و $\{g_n\}$ دنباله‌هایی از توابع اندازه‌پذیر و f و g توابعی اندازه‌پذیر بر X باشند. کدام گزینه نادرست است؟**

۱) اگر $f_n \to f$ در اندازه و $g_n \to g$ در اندازه آنگاه $\max\{f_n , g_n\} \to \max\{f , g\}$ در اندازه.

۲) اگر $f_n \to f$ در اندازه و $g_n \to g$ در اندازه آنگاه $f_n g_n \to f g$ در اندازه.

۳) اگر $f_n \to f$ در اندازه آنگاه هر زیر دنباله از $\{f_n\}$ تقریباً همه‌جا به f میل می‌کند.

۴) اگر $f_n \to f$ تقریباً همه‌جا آنگاه $f_n \to f$ در اندازه.

۳۳- **اگر $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع انتگرال‌پذیر لبگ روی $[۰,۱]$ و f تابعی انتگرال‌پذیر لبگ روی $[۰,۱]$ باشد، کدام گزینه درست است؟ (m اندازه لبگ است).**

۱) اگر $\lim_{n\to\infty}\int_۰^۱ |f_n - f|\,dm = ۰$ آنگاه برای هر $n\in\mathbb{N}$، $f_n - f$ تقریباً همه‌جا کراندار است.

۲) اگر $\lim_{n\to\infty}\int_۰^۱ |f_n - f|^۲\,dm = ۰$ آنگاه $\lim_{n\to\infty}\int_۰^۱ |f_n - f|\,dm = ۰$.

۳) اگر $\lim_{n\to\infty}\int_۰^۱ |f_n - f|\,dm = ۰$ آنگاه $f_n \to f$ تقریباً همه‌جا.

۴) اگر $\lim_{n\to\infty}\int_۰^۱ |f_n - f|\,dm = ۰$ آنگاه $\lim_{n\to\infty}\int_۰^۱ |f_n - f|^۲\,dm = ۰$.

۳۴- **فرض کنیم X و Y فضاهای باناخ و $T : X \to Y$ عملگری خطی و کراندار با برد چگال در Y باشد به طوری که برای هر $x \in X$ که $\|x\| = ۱$، $\|Tx\| \geq ۱$. کدام گزینه درست است؟**

۱) T پوشا است ولی یک‌به‌یک نیست.

۲) T یک‌به‌یک است ولی پوشا نیست.

۳) T دوسویی است و $\|T^{-۱}\| \geq ۱$

۴) T دوسویی است و $\|T^{-۱}\| \leq ۱$

۳۵- **فرض کنیم H یک فضای هیلبرت و M و N زیر فضاهای H باشند. در این صورت مجموعه $(M \cap N)^{\perp}$:**

۱) برابر بستار $M^{\perp} + N^{\perp}$ است، هرگاه M و N بسته باشند.

۲) همواره مشمول در $M^{\perp} + N^{\perp}$ است.

۳) همواره برابر بستار $M^{\perp} + N^{\perp}$ است.

۴) همواره برابر $M^{\perp} + N^{\perp}$ است.

۳۶- فرض کنید $S=\{x\in\mathbb{R}^n \mid Ax=b, x\geq 0\}$ که A ، $m\times n$ و $m=n-1$ رتبه $(A)=m$، تعداد نقاط رأسی S، ..... .

۱) دقیقاً یک است.

۲) دقیقاً دو است.

۳) یک یا دو است.

۴) صفر، یک یا دو است.

۳۷- فرض کنید $S=\{x\in\mathbb{R}^n \mid Ax\leq b\}$ و

$$\exists x^\circ\in S\ ,\ \exists c\in\mathbb{R}^n : c^T x^\circ < c^T x\ ,\ \forall x\in S\ ,\ x\neq x^\circ.$$

در این صورت، رتبه ماتریس A ، کدام است؟

۱) برابر با یک.

۲) مساوی n.

۳) بزرگتر از n.

۴) کمتر از n.

۳۸- جدول زیر یک جدول سیمپلکس است که با قاعده الفبایی برای ممانعت از دور بدست آمده است. گزینه صحیح در مورد α_3 کدام است؟

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	RHS
			α_1	α_2	۰	۰
			۰	α_3	۰	۰
			۴	۱	۱	۰

۱) صفر است

۲) منفی است

۳) مثبت است

۴) برابر با یک است

۳۹- جدول زیر متناظر با یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس با متغیرهای کران‌دار برای حل مساله زیر است، که در آن x_1 و x_5 هر دو در کران پایین و x_2 در کران بالا مقدار دارند. مقدار تابع هدف پس از محورگیری برابر با کدام گزینه است؟

$$\min c^T x$$
$$s.t.$$
$$Ax = b$$
$$0 \le x_1 \le 4$$
$$0 \le x_2 \le 6$$
$$1 \le x_3 \le 4$$
$$1 \le x_4 \le 20$$
$$x_5 \ge 0$$

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	۱	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	۰	۰	$\frac{1}{2}$	−۱۳
x_4	۰	۳	۲	۱	۰	۱	۲
x_3	۰	−۱	−۱	۰	۱	−۱	۲

۱) −۱۶

۲) $-\frac{31}{2}$

۳) −۱۴

۴) $-\frac{27}{2}$

۴۰- در یک تکرار از روش M−بزرگ داریم :

$$x_B = (x_1, R_1, R_2)$$

که R_i، متغیر مصنوعی متناظر با محدودیت i ام است. فرض کنید x_k متغیر غیر پایه‌ای وارد شونده است و y_k ستون زیر x_k در جدول روش M− بزرگ است. آنگاه $y_{2k} + y_{3k}$ همواره ... است.

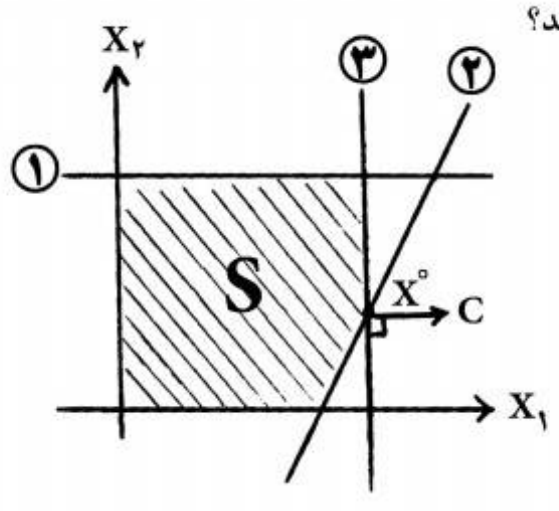
۱) نامنفی

۲) نامثبت

۳) منفی

۴) مثبت

۴۱- مجموعه S در شکل زیر ناحیه شدنی یک مساله برنامه‌ریزی خطی کمینه سازی (می‌نیمم سازی) است. عدد نوشته شده در کنار هر قید، شماره آن را نشان می‌دهد. s_i را متغیر کمکی متناظر با قید iام بگیرید و فرض کنید متغیرهای s_2 و s_3 در نقطه رأسی x° غیر پایه‌ای هستند. مقدار $z_j - c_j$ برای متغیرهای s_2 و s_3 ، در سطر مربوط به تابع هدف جدول متناظر با x° به ترتیب کدامند؟



۱) مثبت و مثبت

۲) مثبت و منفی

۳) صفر و منفی

۴) صفر و مثبت

۴۲- مساله (P) را به صورت زیر درنظر بگیرید:

$$\min Z = c^T x + \alpha \sum_{i=1}^{m} y_i$$
$$\text{s.t.} \quad Ax + y = b \qquad (P)$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

اگر به ازای یک $\alpha > 0$ ، مساله (P) نامتناهی باشد، آن‌گاه در مورد مساله زیر

$$\min \bar{Z} = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax = b$$
$$x \geq 0$$

گزینه درست کدام است؟

۱) نامتناهی (بی‌کران) است.

۲) ناشدنی است.

۳) می‌تواند نامتناهی (بی‌کران) باشد یا ناشدنی باشد یا جواب بهینه داشته باشد.

۴) یا ناشدنی است یا نامتناهی .

۴۳- مساله‌های (P) و $(\bar{P})$ را به صورت زیر درنظر بگیرید:

$$\min Z = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax = b \qquad (P)$$
$$x \geq 0$$

$$\min \bar{Z} = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax = \bar{b} \qquad (\bar{P})$$
$$x \geq 0$$

اگر مساله (P) جواب بهینه داشته باشد، آن‌گاه دوگان مساله $(\bar{P})$ ... .

۱) می‌تواند نامتناهی (بی‌کران) باشد

۲) می‌تواند ناشدنی باشد

۳) جواب بهینه دارد

۴) نامتناهی (بی‌کران) است

۴۴- فرض کنید $\bar{x}$ یک جواب برای دستگاه (P) به صورت

$$Ax = b$$
$$x \geq 0 \qquad (P)$$

و $\bar{d} \neq 0$ یک جواب بهینه برای مساله به صورت زیر باشد.

$$\text{Max } \| d \|_2$$
$$\text{s.t. } Ad = 0$$
$$d \leq 0$$

گزینه صحیح کدام است؟

۱) $\bar{x} + \alpha\bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \leq 0$ ، جواب دستگاه (P) است.

۲) $\bar{x} + \alpha\bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \geq 0$ ، جواب دستگاه (P) است.

۳) $\bar{x} + \alpha\bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \in \mathbb{R}$ ، جواب دستگاه (P) است.

۴) $\bar{x} + \alpha\bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \neq 0$ ، جواب دستگاه (P) است.

۴۵- اگر $y \leq 0$ موجود باشد به‌طوری که $A^T y = 0$ و $y^T b < 0$ ، آن‌گاه دستگاه ... است.

۱) $Ax = b$ شدنی

۲) $Ax \geq b$ ناشدنی

۳) $Ax \geq b$ ، $x \geq 0$ شدنی

۴) $Ax = b$ ، $x \geq 0$ شدنی